

**Федеральное государственное образовательное бюджетное  
учреждение высшего образования  
«Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации»  
(Финуниверситет)**

**Владикавказский филиал Финуниверситета**

**Кафедра «Математика и информатика»**

**УТВЕРЖДАЮ**

Директор филиала

Т.А. Хубаев

2026 г.



И.Д. Музаев

**Алгебра и анализ**

**Рабочая программа дисциплины**

для студентов, обучающихся по направлению подготовки

09.03.04 – Программная инженерия,

ОП «Технологии разработки программного обеспечения»

*Рекомендовано Ученым советом Владикавказского филиала*

*Финансового университета*

*(протокол от « 15 » апреля 2026 г. № 30 )*

*Одобрено на заседании кафедры «Математика и информатика»*

*(протокол от « 10 » апреля 2026 г. № 8 )*

Владикавказ 2026

## СОДЕРЖАНИЕ

1. Наименование дисциплины .....	2
2. Перечень планируемых результатов освоения образовательной программы (перечень компетенций) с указанием индикаторов их достижения и планируемых результатов обучения по дисциплине. ....	2
3. Место дисциплины в структуре образовательной программы .....	3
4. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах и в академических часах с выделением объема аудиторной (лекции, семинары) и самостоятельной работы обучающихся .....	3
5. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) дисциплины с указанием их объемов (в академических часах) и видов учебных занятий .....	3
5.1. Содержание дисциплины .....	3
5.2. Учебно-тематический план .....	8
5.3. Содержание семинаров, практических занятий .....	10
6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине .....	13
6.1. Перечень вопросов, отводимых на самостоятельное освоение дисциплины, формы внеаудиторной самостоятельной работы .....	13
6.2. Перечень вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю .....	16
7. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине .....	28
8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины .....	37
9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины .....	39
10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины .....	40
11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем .....	46
11.1. Комплект лицензионного программного обеспечения .....	46
11.2. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы .....	46
11.3. Сертифицированные программные и аппаратные средства защиты информации .....	
12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине .....	46

## 1. Наименование дисциплины

«Алгебра и анализ»

## 2. Перечень планируемых результатов освоения образовательной программы (перечень компетенций) с указанием индикаторов их достижения и планируемых результатов обучения по дисциплине.

Код компетенции	Наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Результаты обучения (умения и знания), соотнесенные с индикаторами достижения компетенции
ОПК-1	Способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности.	1. Демонстрирует знания основных методов математического анализа и моделирования, применяет их на практике для решения задач профессиональной деятельности.  2. Проводит теоретические исследования по выбранной области профессиональной деятельности.  3. Проводит численные эксперименты на основе математических или информационных методов, делает	<b>Знать:</b> современные основные методы математического анализа и моделирования, применяет их на практике для решения задач профессиональной деятельности. <b>Уметь:</b> четко описывать состав, структуру данных и информации, используемых в решаемой задаче, грамотно применять основной математический аппарат, используемый в области программной инженерии.  <b>Знать:</b> основные результаты, проблемы и преимущества, особенности различных математических методов, используемых в теоретических исследованиях для решения задач профессиональной деятельности. <b>Уметь:</b> обосновывать сущность решаемой задачи, выявлять ее закономерности, сравнивать различные алгоритмы, осуществлять выбор оптимальных, наиболее эффективных математических методов для проведения теоретических исследований по выбранной области профессиональной деятельности, анализа и решения поставленной задачи.  <b>Знать:</b> основы проведения численных экспериментов, базирующихся на применении различных математических или информационных методов для анализа и решения задач профессиональной деятельности.

		выводы обосновывает их.	и <b>Уметь:</b> подобрать для исследуемой задачи оптимальные математические и информационные методы, проводить сравнительный анализ полученных результатов, делать выводы, обосновывать их.
--	--	-------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

### 3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Алгебра и анализ» является дисциплиной Общефакультетского (предпрофильного) цикла обязательной части учебного плана образовательной программы «Технологии разработки программного обеспечения» по направлению подготовки 09.03.04 Программная инженерия, профиль «Технологии разработки программного обеспечения».

### 4. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах и в академических часах с выделением объема аудиторной (лекции, семинары) и самостоятельной работы обучающихся

Вид учебной работы по дисциплине	Всего (в з/е и часах)	Семестр 1 (в часах)	Семестр 2 (в часах)
<b>Общая трудоемкость дисциплины</b>	<b>7 з/е, 252ч.</b>	<b>144</b>	<b>108</b>
<i>Контактная работа – Аудиторные занятия</i>	<i>100</i>	<i>50</i>	<i>50</i>
<i>Лекции</i>	<i>32</i>	<i>16</i>	<i>16</i>
<i>Семинары, практические занятия</i>	<i>68</i>	<i>34</i>	<i>34</i>
<b>Самостоятельная работа</b>	<b>152</b>	<b>58</b>	<b>94</b>
Вид текущего контроля		Контрольная работа	Контрольная работа
Вид промежуточной аттестации		Экзамен	Экзамен

### 5. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) дисциплины с указанием их объемов (в академических часах) и видов учебных занятий.

#### 5.1. Содержание дисциплины

#### Раздел 1 – Линейная алгебра

## **Тема 1. Числовые множества**

Числовые множеств. Кванторы. Операции над множеством. Конечные, счетные и несчетные множества. Ограниченные и неограниченные множества.

Множества натуральных, целых, рациональных и действительных чисел.

Множество комплексных чисел. Алгебраическая, тригонометрическая, показательная формы записи комплексных чисел. Операции над комплексными числами: сложение, умножение, деление, возведение в степень, извлечение корня. Геометрическая интерпретация операций над комплексными числами.

Приложение комплексных чисел. Многочлены и их свойства.

## **Тема 2. Векторы и матрицы**

Матрицы и их виды. Линейные операции над матрицами. Транспонирование матрицы. Произведение матриц. Свойства операций.

Элементарные преобразования над строками и столбцами матриц. Теорема о приведении произвольной матрицы к ступенчатой форме. Ранг матрицы.

Определитель квадратной матрицы. Миноры и алгебраические дополнения. Разложение определителя по строке или столбцу. Свойства определителя. Критерий невырожденности квадратной матрицы. Вычисление определителя с помощью элементарных преобразований.

Обратная матрица. Свойства обратной матрицы. Вычисление обратной матрицы с помощью элементарных преобразований. Решение матричных уравнений.

Арифметические векторы. Геометрическая интерпретация векторов. Линейные операции над векторами. Произведение векторов, их свойства. Длина вектора, угол между векторами. Скалярное, векторное, смешанное произведение векторов и их свойства.

## **Тема 3. Системы линейных уравнений**

Система линейных алгебраических уравнений. Однородная и неоднородная системы. Определение решения. Совместные и определенные системы линейных уравнений. Теорема Кронекера-Капелли.

Исследование и решение системы линейных уравнений методом обратной матрицы, по правилу Крамера, методом Гаусса. Общее решение системы линейных уравнений. Частные решения системы линейных уравнений. Базисные решения системы линейных уравнений. Фундаментальная система решений однородной системы уравнений. Общие решения однородной и неоднородной систем, связь между ними.

#### **Тема 4. Линейные пространства, линейные преобразования**

Линейное (векторное) пространство. Линейная зависимость (независимость) системы векторов. Базис и размерность линейного пространства. Координаты вектора в заданном базисе. Преобразование координат вектора при замене базиса.

Ортонормированный базис.

Линейные преобразования пространства  $R^n$ , линейные операторы. Матрица линейного оператора. Преобразование матрицы оператора при замене базиса.

Собственные значения матрицы. Характеристический многочлен матрицы. Собственные векторы матрицы. Приведение матрицы к диагональному

#### **Тема 5. Квадратичные формы**

Квадратичные формы. Матрица квадратичной формы в заданном базисе и ее свойства. Приведение квадратичной формы к нормальному виду методом Лагранжа.

Закон инерции квадратичных форм. Приведение квадратичной формы к каноническому виду операторным методом.

Положительная отрицательная определенность квадратичные формы. Критерий Сильвестра.

Кривые второго порядка и их классификация, свойства и основные характеристики. Приведение общего уравнения кривой второго порядка к каноническому виду.

## **Раздел 2 – Математический анализ**

### **Тема 6. Теория пределов**

Понятие функции. Числовая функция одной переменной. Способы задания функций. График функции. Свойства функций одной переменной: четность и нечетность, монотонность, выпуклость, периодичность, ограниченность.

Числовые последовательности. Предел последовательности и его свойства. Монотонные, ограниченные последовательности.

Предел функции в точке и на бесконечности. Односторонние пределы. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Первый и второй замечательные пределы. Эквивалентные бесконечно малые и их использование при вычислении пределов.

Непрерывность функции в точке и на множестве. Свойства непрерывных функций. Точки разрыва и их классификация.

Асимптоты графика функции.

### **Тема 7. Дифференциальное исчисление функций одной переменной**

Производная функции, ее геометрический смысл, свойства производной. Производная сложной функции. Предельные и средние величины в экономике: предельные и средние издержки, предельная и средняя производительность труда. Средняя и точечная эластичность функции. Эластичности спроса и предложения по цене, эластичность спроса по доходу.

Дифференцируемость функции, первый дифференциал и его геометрический смысл. Приближенные вычисления с помощью дифференциала. Производные и дифференциалы высших порядков. Основные теоремы дифференциального исчисления: Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши. Правило Лопиталя – Бернулли раскрытия неопределенностей.

Монотонность функции. Экстремумы. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке. Выпуклость и точки перегиба графика функции, методы их определения.

Полное исследование функции и построение графика с помощью дифференциального исчисления.

## **Тема 8. Интегральное исчисление функций одной переменной**

Первообразная и неопределенный интеграл. Основные методы интегрирования: замена переменной, интегрирование по частям, интегрирование рациональных функций, некоторых классов иррациональных и тригонометрических функций.

Определенный интеграл и его свойства. Формула Ньютона-Лейбница.

Несобственные интегралы первого и второго рода, методы вычисления. Приложения.

Применение интегрального исчисления в экономике.

## **Тема 9. Функции нескольких переменных**

Функции нескольких переменных, способы их задания. Линии (поверхности) уровня функции. Предел и непрерывность. Частные производные. Дифференциалы функции нескольких переменных. Производная сложной функции. Производная по направлению, градиент функции и его свойства. Эластичность функции нескольких переменных и ее свойства.

Локальный экстремум функции нескольких переменных. Необходимые условия локального экстремума. Достаточное условие для функции двух независимых переменных. Условный экстремум функции нескольких переменных. Метод подстановки. Метод множителей Лагранжа. Глобальный экстремум функции нескольких переменных. Минимизация затрат и максимизация прибыли многоотраслевой фирмы.

Кратные интегралы, их свойства. Методы вычисления путем сведения к повторным интегралам.

## **Тема 10. Дифференциальные уравнения**

Понятие дифференциального уравнения, его порядка, общего и частного решения. Задача Коши (начальная задача). Дифференциальные уравнения первого порядка: с разделяющимися переменными, однородные, линейные.

Примеры прикладных задач, приводящих к дифференциальным уравнениям.



Дифференциальные уравнения второго порядка, допускающие понижение порядка. Понятие краевая задача.

Линейные однородные и неоднородные дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами. Теоремы о структуре общего решения. Фундаментальная система решений ЛОДУ. Метод вариации произвольных постоянных для линейных неоднородных дифференциальных уравнений.

Построение общего решения ЛНДУ  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида.

Понятие системы дифференциальных уравнений.

## 5.2. Учебно-тематический план

№ п/ п	Наименование тем (разделов) дисциплины	Трудоемкость в часах					Формы текущего контроля успеваемости
		Всего	Контактная работа - Аудиторная работа			Самостоя тельная работа	
			Общая, в т. ч.:	Лекции	Семинары, практические занятия		
1	Числовые множества	12	6	2	4	6	Опрос, собеседование по домашним заданиям самостоятельной работы, решение практико- ориентированн ых задач.
2	Векторы и матрицы	20	10	4	6	10	Опрос, собеседование по домашним заданиям самостоятельной работы, решение практико- ориентированн ых задач.
3	Системы линейных уравнений	16	5	1	4	11	Опрос, собеседование по домашним заданиям самостоятельной работы, решение практико- ориентированн

							х задач.
4	Линейные пространства, линейные преобразования	12	3	1	2	9	Опрос, собеседование по домашним заданиям самостоятельной работы, решение практико-ориентированных задач.
5	Квадратичные формы	22	6	2	4	16	Опрос, собеседование по домашним заданиям самостоятельной работы, решение практико-ориентированных задач.
6	Теория пределов	28	8	2	6	20	Опрос, собеседование по домашним заданиям самостоятельной работы, решение практико-ориентированных задач.
7	Дифференциальное исчисление функций одной переменной	34	12	4	8	22	Опрос, собеседование по домашним заданиям самостоятельной работы, решение практико-ориентированных задач.
8	Интегральное исчисление функций одной переменной	32	14	4	10	18	Опрос, собеседование по домашним заданиям самостоятельной работы, решение практико-ориентированных задач.
9	Функции нескольких переменных	42	22	8	14	20	Опрос, собеседование по домашним заданиям самостоятельной работы, решение

							практико-ориентированных задач.
10	Дифференциальные уравнения	34	14	4	10	20	Опрос, собеседование по домашним заданиям самостоятельной работы, решение практико-ориентированных задач.
	<b>В целом по дисциплине</b>	<b>252</b>	<b>100</b>	<b>32</b>	<b>68</b>	<b>152</b>	<b>Согласно учебному плану: контрольные работы</b>
	<b>Итого в %:</b>		<b>40</b>	<b>32</b>	<b>68</b>	<b>60</b>	

### 5.3. Содержание семинаров, практических занятий

Наименование тем (разделов) дисциплины	Перечень вопросов для обсуждения на семинарах, практических занятиях	Формы проведения занятий
Числовые множества	1. Множество натуральных чисел, целых чисел, вещественных чисел, их свойства. 2. Комплексные числа и действия над ними. 3. Модуль и аргумент комплексного числа. 4. Алгебраическая, тригонометрическая и показательная формы записи комплексных чисел. 5. Вычисление корня и степени комплексного числа. Формула Муавра. 6. Приложения комплексных чисел. 7. Многочлены, свойство корней, разложение на множители.	Интерактивная форма: опрос, собеседование по домашним заданиям самостоятельной работы, решение практико-ориентированных задач с последующим коллективным обсуждением их результатов
Векторы и матрицы	1. Матрицы, операции над матрицами. Транспонированная матрица. Произведение матриц. 2. Определитель квадратной матрицы, его свойства. Методы вычисления. 3. Элементарные преобразования над строками и столбцами матриц. Приведении произвольной матрицы к ступенчатой форме и виду Гаусса. Ранг матрицы. 4. Обратная матрица, ее свойства. Вычисление обратной матрицы с помощью элементарных преобразований. Решение матричных уравнений.	Интерактивная форма: опрос, собеседование по домашним заданиям самостоятельной работы, решение практико-ориентированных задач с последующим коллективным обсуждением их результатов

	<p>5. Операции над арифметическими векторами. Линейная зависимость (независимости) векторов.</p> <p>6. Скалярное, векторное, смешанное произведение векторов.</p>	
Системы линейных уравнений	<p>1. Решение систем линейных алгебраических уравнений по правилу Крамера.</p> <p>2. Решение систем линейных алгебраических уравнений методом Гаусса. Совместность системы.</p> <p>3. Нахождение общего, базисного решений, фундаментального набора решений системы.</p> <p>4. Составление и решение систем линейных уравнений практических задач.</p>	<p>Интерактивная форма: опрос, собеседование по домашним заданиям самостоятельной работы, решение практико-ориентированных задач с последующим коллективным обсуждением их результатов</p>
Линейные пространства, линейные преобразования	<p>1. Нахождение базиса системы векторов.</p> <p>2. Разложение вектора по базису.</p> <p>3. Нахождение матрицы линейного оператора и координат вектора при переходе к новому базису.</p> <p>4. Вычисление собственных значений квадратной матрицы.</p> <p>5. Вычисление собственных векторов квадратной матрицы.</p>	<p>Интерактивная форма: опрос, собеседование по домашним заданиям самостоятельной работы, решение практико-ориентированных задач с последующим коллективным обсуждением их результатов</p>
Квадратичные формы	<p>1. Построение матрицы квадратичной формы.</p> <p>2. Построение квадратичной формы по матрице.</p> <p>3. Приведение квадратичной формы к нормальному виду методом Лагранжа.</p> <p>5. Определение знакоопределенности квадратичной формы по критерию Сильвестра.</p> <p>6. Определение типа кривой второго порядка.</p> <p>7. Свойства кривых второго порядка</p> <p>8. Приведение уравнения кривой второго порядка к каноническому виду.</p>	<p>Интерактивная форма: опрос, собеседование по домашним заданиям самостоятельной работы, решение практико-ориентированных задач с последующим коллективным обсуждением их результатов</p>
Теория пределов	<p>1. Понятие функции.</p> <p>2. Свойства и графики основных элементарных функций.</p> <p>3. Вычисление предела последовательности.</p> <p>4. Вычисление пределов функций на бесконечности и в точке.</p> <p>5. Вычисление односторонних пределов.</p>	<p>Интерактивная форма: опрос, собеседование по домашним заданиям самостоятельной работы, решение практико-</p>

	6. Вычисление пределов с помощью первого и второго замечательных пределов. 7. Определение точек разрыва функции и установление их типов. 8. Исследование функции на непрерывность. 9. Нахождение вертикальных и наклонных асимптот графика функции.	ориентированных задач с последующим коллективным обсуждением их результатов
Дифференциальное исчисление функций одной переменной	1. Вычисление первой и второй производных функции одной переменной. 2. Вычисление дифференциалов функции одной переменной. 3. Решение задач по применению дифференциала для приближенных вычислений. 4. Вычисление пределов функции по правилу Лопиталя – Бернулли. 5. Определение интервалов монотонности функции и экстремумов функции. 6. Определение интервалов выпуклости и вогнутости графика функции, точек перегиба графика. 7. Проведение полного исследования функции и построение ее графика. 8. Решение экономических задач с помощью производных.	Интерактивная форма: опрос, собеседование по домашним заданиям самостоятельной работы, решение практико-ориентированных задач с последующим коллективным обсуждением их результатов
Интегральное исчисление функций одной переменной	1. Вычисление неопределенного интеграла методами: табличный, разложения, замены переменной, интегрирования по частям. 2. Вычисление неопределенного интеграла от некоторых видов функций. 3. Вычисление определенного интеграла. 4. Вычисление несобственных интегралов. 5. Вычисление определенного интеграла по формуле Ньютона-Лейбница. 6. Вычисление несобственных интегралов. 7. Решение практических задач с помощью интегрального исчисления.	Интерактивная форма: опрос, собеседование по домашним заданиям самостоятельной работы, решение практико-ориентированных задач с последующим коллективным обсуждением их результатов
Функции нескольких переменных	1. Вычисление линий и поверхностей уровня. 2. Вычисление частных производных первого и второго порядков. 3. Вычисление первого и второго дифференциала. 4. Вычисление градиента и производной по направлению. 5. Нахождение локальных экстремумов функции. 6. Нахождение локальных экстремумов функции.	Интерактивная форма: опрос, собеседование по домашним заданиям самостоятельной работы, решение практико-ориентированных задач с последующим коллективным

	<p>7. Нахождение наибольших и наименьших значений функции.</p> <p>8. Вычисление кратного интеграла сведением его к повторному.</p> <p>9. Экономические приложения функций нескольких переменных.</p>	обсуждением их результатов
Дифференциальные уравнения	<p>1. Решение дифференциальных уравнений с разделяющимися переменными.</p> <p>2. Решение однородных дифференциальных уравнений.</p> <p>2. Решение линейных дифференциальных уравнений первого порядка.</p> <p>3. Решение линейных однородных дифференциальных уравнений 2-го порядка с постоянными коэффициентами.</p> <p>4. Решение линейных неоднородных дифференциальных уравнений 2-го порядка с постоянными коэффициентами в случае правой части специального вида.</p> <p>5. Решение начальной и краевой задачи.</p>	Интерактивная форма: опрос, собеседование по домашним заданиям самостоятельной работы, решение практико-ориентированных задач с последующим коллективным обсуждением их результатов, защита контрольной работы

## 6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине.

### 6.1. Перечень вопросов, отводимых на самостоятельное освоение дисциплины, формы внеаудиторной самостоятельной работы

Наименование тем (разделов) дисциплины	Перечень вопросов, отводимых на самостоятельное освоение	Формы внеаудиторной самостоятельной работы
Числовые множества	<p>Использование различных числовых множеств в экономике.</p> <p>Геометрическая интерпретация операций над комплексными числами.</p> <p>Числовые множеств. Операции над множествами: объединение, пересечение, разность, дополнение.</p> <p>Конечные, счетные и несчетные множества.</p> <p>Ограниченные и неограниченные множества.</p>	<p>Изучение материалов лекций и литературы, предложенной преподавателем, поиск и анализ информации, содержащейся в Интернет-ресурсах.</p> <p>Разбор вопросов, отводимых на самостоятельное освоение</p>
Векторы и матрицы	<p>Примеры использования векторов и матриц в экономике.</p>	<p>Изучение материалов лекций и литературы, предложенной</p>

	<p>Вычисление обратной матрицы методом элементарных преобразований.</p> <p>Вычисление определителя методом элементарных преобразований.</p>	<p>преподавателем, поиск и анализ информации, содержащейся в Интернет-ресурсах.</p> <p>Разбор вопросов, отводимых на самостоятельное освоение, выполнение домашних заданий самостоятельной работы</p>
Системы линейных уравнений	<p>Линейная модель обмена (модель международной торговли).</p> <p>Примеры использования системы линейных алгебраических неравенств в экономике.</p> <p>Фундаментальный набор решений однородной системы. Базисное решение неоднородной системы.</p> <p>Решение системы линейных уравнений методом обратной матрицы, методом Гаусса</p>	<p>Изучение материалов лекций и литературы, предложенной преподавателем, поиск и анализ информации, содержащейся в Интернет-ресурсах.</p> <p>Разбор вопросов, отводимых на самостоятельное освоение, выполнение домашних заданий самостоятельной работы.</p>
Линейные пространства, линейные преобразования	<p>Примеры линейных оптимизационных моделей в экономике.</p> <p>Процесс ортогонализации базиса.</p> <p>Примеры использования собственных векторов и собственных значений оператора.</p> <p>Линейные операторы. Матрица линейного оператора.</p> <p>Преобразование матрицы оператора при замене базиса.</p> <p>Собственные значения и собственные векторы квадратной матрицы.</p> <p>Приведение матрицы к диагональному виду.</p>	<p>Изучение материалов лекций и литературы, предложенной преподавателем, поиск и анализ информации, содержащейся в Интернет-ресурсах.</p> <p>Разбор вопросов, отводимых на самостоятельное освоение, выполнение домашних заданий самостоятельной работы</p> <p>Выполнение домашних заданий.</p> <p>Выполнение заданий домашней самостоятельной работы.</p>
Квадратичные формы	<p>Примеры практического использования квадратичных форм и кривых второго порядка.</p> <p>Критерий знакоопределенности квадратичных форм.</p> <p>Приведение квадратичной формы к диагональному виду.</p>	<p>Изучение материалов лекций и литературы, предложенной преподавателем, поиск и анализ информации, содержащейся в</p>

	<p>Угол между плоскостями.</p> <p>Расстояние от точки до плоскости.</p> <p>Взаимное расположение прямой и плоскости. .</p>	<p>Интернет-ресурсах.</p> <p>Разбор вопросов, отводимых на самостоятельное освоение, выполнение домашних заданий самостоятельной работы</p>
Теория пределов	<p>Функциональные зависимости в экономике.</p> <p>Паутинообразная модель рынка одного товара.</p> <p>Последовательность цен и ее сходимос ть. Вечная рента.</p> <p>Примеры непрерывных и разрывных функций в экономике.</p> <p>Бесконечно малые и бесконечно большие функции, их свойства.</p> <p>Эквивалентные бесконечно малые и их использование при вычислении пределов.</p>	<p>Изучение материалов лекций и литературы, предложенной преподавателем, поиск и анализ информации, содержащейся в Интернет-ресурсах.</p> <p>Разбор вопросов, отводимых на самостоятельное освоение, выполнение домашних заданий самостоятельной работы</p>
Дифференциальное исчисление функций одной переменной	<p>Предельные и средние величины в экономике: предельные и средние издержки, предельная и средняя производительность труда.</p> <p>Средняя и точечная эластичность функции.</p> <p>Эластичности спроса и предложения по цене, эластичность спроса по доходу.</p> <p>Первый дифференциал, его геометрический смысл. Приближенные вычисления с помощью дифференциала.</p> <p>Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши. Их геометрическая интерпретация.</p>	<p>Изучение материалов лекций и литературы, предложенной преподавателем, поиск и анализ информации, содержащейся в Интернет-ресурсах.</p> <p>Разбор вопросов, отводимых на самостоятельное освоение, выполнение домашних заданий самостоятельной работы</p>
Интегральное исчисление функций одной переменной	<p>Выпуск продукции за определенное время при заданном законе мгновенной мощности производства. Среднее значение функции.</p> <p>Средняя производительность труда, средняя капиталоотдача.</p> <p>Применение интегрального исчисления в экономике.</p> <p>Практическое применение несобственных интегралов.</p>	<p>Изучение материалов лекций и литературы, предложенной преподавателем, поиск и анализ информации, содержащейся в Интернет-ресурсах.</p> <p>Разбор вопросов, отводимых на самостоятельное освоение, выполнение домашних заданий самостоятельной работы</p>



Функции нескольких переменных	<p>Примеры функций нескольких переменных в экономике: функция полезности, многофакторные производственные функции.</p> <p>Минимизация затрат и максимизация прибыли многоотраслевой фирмы.</p> <p>*Глобальный экстремум функции нескольких переменных.</p> <p>Тройные интегралы и их применение.</p> <p>Несобственные кратные интегралы.</p>	<p>Изучение материалов лекций и литературы, предложенной преподавателем, поиск и анализ информации, содержащейся в Интернет-ресурсах.</p> <p>Разбор вопросов, отводимых на самостоятельное освоение, выполнение домашних заданий самостоятельной работы</p>
Дифференциальные уравнения	<p>Примеры социально-экономических задач, приводящих к дифференциальным уравнениям первого порядка.</p> <p>Примеры задачи Коши (начальная задача).</p> <p>Примеры прикладных задач, приводящих к дифференциальным уравнениям.</p> <p>Дифференциальные уравнения 2-го порядка, допускающие понижение порядка.</p> <p>Понятие краевая задача.</p> <p>Метод вариации произвольных постоянных для ЛНДУ.</p>	<p>Изучение материалов лекций и литературы, предложенной преподавателем, поиск и анализ информации, содержащейся в Интернет-ресурсах.</p> <p>Разбор вопросов, отводимых на самостоятельное освоение, выполнение домашних заданий самостоятельной работы.</p> <p>Выполнение контрольной работы.</p>

## 6.2. Перечень вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

### Примерный перечень тем для подготовки к опросу, подготовки докладов, презентаций

#### Тема 1. Числовые множества

Числовые множеств. Кванторы. Операции над множеством. Конечные, счетные и несчетные множества. Ограниченные и неограниченные множества.

Множества натуральных, целых, рациональных и действительных чисел.

Множество комплексных чисел. Алгебраическая, тригонометрическая, показательная формы записи комплексных чисел. Операции над комплексными числами: сложение, умножение, деление, возведение в степень, извлечение корня. Геометрическая интерпретация операций над комплексными числами.

Приложение комплексных чисел. Многочлены и их свойства.

## Тема 2. Векторы и матрицы

Матрицы и их виды. Линейные операции над матрицами. Транспонирование матрицы. Произведение матриц. Свойства операций.

Элементарные преобразования над строками и столбцами матриц. Теорема о приведении произвольной матрицы к ступенчатой форме. Ранг матрицы.

Определитель квадратной матрицы. Миноры и алгебраические дополнения. Разложение определителя по строке или столбцу. Свойства определителя. Критерий невырожденности квадратной матрицы. Вычисление определителя с помощью элементарных преобразований.

Обратная матрица. Свойства обратной матрицы. Вычисление обратной матрицы с помощью элементарных преобразований. Решение матричных уравнений.

Арифметические векторы. Геометрическая интерпретация векторов. Линейные операции над векторами. Произведение векторов, их свойства. Длина вектора, угол между векторами. Скалярное, векторное, смешанное произведение векторов и их свойства.

## Тема 3. Системы линейных уравнений

Система линейных алгебраических уравнений. Однородная и неоднородная системы. Определение решения. Совместные и определенные системы линейных уравнений. Теорема Кронекера-Капелли.

Исследование и решение системы линейных уравнений методом обратной матрицы, по правилу Крамера, методом Гаусса. Общее решение системы линейных уравнений. Частные решения системы линейных уравнений. Базисные решения системы линейных уравнений. Фундаментальная система решений однородной системы уравнений. Общие решения однородной и неоднородной систем, связь между ними.

## Тема 4. Линейные пространства, линейные преобразования

Линейное (векторное) пространство. Линейная зависимость (независимость) системы векторов. Базис и размерность линейного

пространства. Координаты вектора в заданном базисе. Преобразование координат вектора при замене базиса.

Ортонормированный базис.

Линейные преобразования пространства  $R^n$ , линейные операторы. Матрица линейного оператора. Преобразование матрицы оператора при замене базиса.

Собственные значения матрицы. Характеристический многочлен матрицы. Собственные векторы матрицы. Приведение матрицы к диагональному

#### Тема 5. Квадратичные формы

Квадратичные формы. Матрица квадратичной формы в заданном базисе и ее свойства. Приведение квадратичной формы к нормальному виду методом Лагранжа.

Закон инерции квадратичных форм. Приведение квадратичной формы к каноническому виду операторным методом.

Положительная отрицательная определенность квадратичные формы. Критерий Сильвестра.

Кривые второго порядка и их классификация, свойства и основные характеристики. Приведение общего уравнения кривой второго порядка к каноническому виду.

#### Тема 6. Теория пределов

Понятие функции. Числовая функция одной переменной. Способы задания функций. График функции. Свойства функций одной переменной: четность и нечетность, монотонность, выпуклость, периодичность, ограниченность.

Числовые последовательности. Предел последовательности и его свойства. Монотонные, ограниченные последовательности.

Предел функции в точке и на бесконечности. Односторонние пределы. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Первый и второй замечательные пределы. Эквивалентные бесконечно малые и их использование при вычислении пределов.

Непрерывность функции в точке и на множестве. Свойства непрерывных функций. Точки разрыва и их классификация.

Асимптоты графика функции.

Тема 7. Дифференциальное исчисление функций одной переменной

Производная функции, ее геометрический смысл, свойства производной. Производная сложной функции. Предельные и средние величины в экономике: предельные и средние издержки, предельная и средняя производительность труда. Средняя и точечная эластичность функции. Эластичности спроса и предложения по цене, эластичность спроса по доходу.

Дифференцируемость функции, первый дифференциал и его геометрический смысл. Приближенные вычисления с помощью дифференциала. Производные и дифференциалы высших порядков. Основные теоремы дифференциального исчисления: Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши. Правило Лопиталя – Бернулли раскрытия неопределенностей.

Монотонность функции. Экстремумы. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке. Выпуклость и точки перегиба графика функции, методы их определения.

Полное исследование функции и построение графика с помощью дифференциального исчисления.

Тема 8. Интегральное исчисление функций одной переменной

Первообразная и неопределенный интеграл. Основные методы интегрирования: замена переменной, интегрирование по частям, интегрирование рациональных функций, некоторых классов иррациональных и тригонометрических функций.

Определенный интеграл и его свойства. Формула Ньютона-Лейбница.

Несобственные интегралы первого и второго рода, методы вычисления. Приложения.

Применение интегрального исчисления в экономике.

Тема 9. Функции нескольких переменных

Функции нескольких переменных, способы их задания. Линии (поверхности) уровня функции. Предел и непрерывность. Частные производные. Дифференциалы функции нескольких переменных. Производная сложной функции. Производная по направлению, градиент функции и его свойства. Эластичность функции нескольких переменных и ее свойства.

Локальный экстремум функции нескольких переменных. Необходимые условия локального экстремума. Достаточное условие для функции двух независимых переменных. Условный экстремум функции нескольких переменных. Метод подстановки. Метод множителей Лагранжа. Глобальный экстремум функции нескольких переменных. Минимизация затрат и максимизация прибыли многоотраслевой фирмы.

Кратные интегралы, их свойства. Методы вычисления путем сведения к повторным интегралам.

#### Тема 10. Дифференциальные уравнения

Понятие дифференциального уравнения, его порядка, общего и частного решения. Задача Коши (начальная задача). Дифференциальные уравнения первого порядка: с разделяющимися переменными, однородные, линейные.

Примеры прикладных задач, приводящих к дифференциальным уравнениям.

Дифференциальные уравнения второго порядка, допускающие понижение порядка. Понятие краевая задача.

Линейные однородные и неоднородные дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами. Теоремы о структуре общего решения. Фундаментальная система решений ЛОДУ. Метод вариации произвольных постоянных для линейных неоднородных дифференциальных уравнений.

Построение общего решения ЛНДУ  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида.

Понятие системы дифференциальных уравнений.

#### **Примеры практико-ориентированных задач**

1. Воспользовавшись формулой Муавра, вычислите комплексное число:

$$\left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^{10}.$$

2. Решите матричное уравнение  $A \cdot X = B$ , где

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

3. Методом Гаусса найдите общее и базисное решение системы уравнений:

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - 4x_3 - 4x_4 + 3x_5 = 2, \\ -4x_1 - 3x_2 + 13x_3 + 3x_4 + 3x_5 = -3. \end{cases}$$

4. Для заданной производственной функции

$$Q(K;L) = \frac{7L^{0,3} \cdot 4^K}{1+2 \cdot 4^K},$$

где  $Q$  – объём выпускаемой продукции,  $K$  – объём фондов (капитала),  $L$  – объём трудовых ресурсов при  $K_0 = 840$ ,  $L_0 = 129$ , найдите предельную фондоотдачу, предельную норму замещения труда капиталом, эластичность выпуска по фондам. Ответы дайте в виде десятичных дробей с тремя знаками после десятичной запятой.

4. Найдите точки локальных экстремумов функции

$$f(x, y) = -2y^2 + x^2 + 16 \ln y - \ln(x^2)$$

и определите их тип.

### Примерные вопросы к контрольной работе (1 семестр)

1. Комплексные числа: алгебраическая и тригонометрическая формы задания. Операции над комплексными числами: сложение, вычитание, умножение, деление, возведение в степень, извлечение корня.

2. Матрицы. Операции над матрицами: транспонирование матрицы, умножение матрицы на число, сложение и вычитание матриц, умножение матриц, возведение матрицы в степень.
3. Определители матриц. Вычисления определителя 2-го и 3-го порядков.
4. Приведение матрицы к ступенчатому виду и виду Гаусса с помощью элементарных преобразований.
5. Ранг матрицы, ранг системы векторов.
6. Обратная матрица. Решение матричного уравнения.
7. Системы линейных алгебраических уравнений
8. Решение системы линейных алгебраических уравнений по правилу Крамера, методом Гаусса.
9. Определение базиса системы векторов.
10. Приведение квадратичной формы к нормальному виду методом Лагранжа.
11. Матрица квадратичной формы. Знакоопределенность квадратичной формы.
12. Приведение уравнения кривой второго порядка к каноническому виду.
13. Определение предела функции в точке. Односторонние пределы.
14. Первый и второй замечательные предел.
15. Определение асимптот графика функции. Виды асимптот.
16. Определение точки разрыва функции. Классификация точек разрыва.
17. Вычисление производной сложной функции.
18. Вычисление пределов функции по правилу Лопиталя.
19. Определение локального экстремума функции одной переменной. Необходимое, достаточное условия монотонности и локального экстремума.
20. Определения выпуклости, вогнутости и точки перегиба графика функции. Необходимое, достаточные условия выпуклости и точки перегиба.

21. Общая схема исследования функции одной переменной и построения графика.

**Примеры заданий контрольной работы (1 семестр)**

1. Вычислите комплексное число:

$$\frac{\overline{(3 + 5i)}}{(1 - 2i) \cdot (-3 + i)}.$$

2. Даны матрицы  $A = \begin{pmatrix} -4 & -3 \\ -1 & -5 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 3 & -1 & -3 \\ -2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$  и  $C = \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 1 & 1 \\ 2 & -5 \end{pmatrix}$ .

Найдите матрицу

$$D = 4C^T + A \cdot B.$$

3. Найдите ранг матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & -1 & -2 & -2 \\ 1 & 6 & 5 & 6 & 2 \\ 1 & 5 & 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

4. Решите систему линейных алгебраических уравнений методом Гаусса и по правилу Крамера:

$$\begin{cases} 8x_1 - 5x_2 - 8x_3 = 4 \\ 5x_1 - 3x_2 - 5x_3 = 2. \\ 2x_1 - 2x_2 - x_3 = 5 \end{cases}$$

5. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму

$$Q(x_1, x_2, x_3) = -2x_1^2 - 4x_2^2 - 6x_3^2 + 2x_1x_2 + 6x_1x_3 - 10x_2x_3$$

к нормальному виду. Укажите соответствующее преобразование



переменных.

6. Вычислите предел функции

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{1 - 2x} - x}{1 - \cos x}.$$

7. Определите типы точек разрыва функции

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2}{x-5}, & x \in (-\infty; 4), \\ -x^2 + 2x + 6, & x \in (4; 5), \\ \frac{9}{x-6}, & x \in [5; +\infty) \end{cases}.$$

8. Найдите производную функций:

$$\text{а) } y = \frac{xe^x - 5 \cos x}{x^2}, \quad \text{б) } y = \ln^3(\sin x - 1).$$

9. Найдите промежутки возрастания, убывания и экстремумы функции:

$$y = \frac{4x^2 + 13x + 7}{x + 3}.$$

10. Найдите промежутки выпуклости, вогнутости и точки перегиба графика функции

$$y = x - e^{-\frac{x^2}{8}}.$$

### **Примерные вопросы к контрольной работе (2 семестр)**

1. Неопределенный интеграл. Методы интегрирования: разложения, табличный, замена переменной, по частям.
2. Интегрирование рациональной дроби, тригонометрических и иррациональных выражений.
3. Определенный интеграл. Формула Ньютона – Лейбница. Формула замены переменной в определенном интеграле.
4. Несобственные интегралы Методы их вычисления.
5. Экономические приложения производных и интегралов.

6. Частные производные функции нескольких переменных. Первый и второй дифференциалы.
7. Градиент, его свойства. Производная по направлению.
8. Нахождение локальных экстремумов функции нескольких переменных.
9. Нахождение локальных экстремумов функции нескольких переменных.
10. Двойные интегралы. Вычисление двойного интеграла сведением к повторному интегралу.
11. Решение дифференциальных уравнений первого порядка с разделяющимися переменными.
12. Решение однородных дифференциальных уравнений первого порядка.
13. Решение линейных дифференциальных уравнений первого порядка.
14. Решение задачи Коши (начальной задачи).
15. Решение дифференциальных уравнений второго порядка, допускающих понижение порядка.
16. Построение общего решения ЛОДУ 2-го порядка с постоянными коэффициентами.
17. Построение частного решения ЛНДУ 2-го порядка (метод неопределенных коэффициентов).
18. Построение частного решения ЛНДУ 2-го порядка методом вариации произвольных постоянных.
19. Построение частного решения ЛНДУ 2-го порядка методом наложения.

### **Примеры заданий контрольной работы (2 семестр)**

1. Найдите неопределенные интегралы:

$$\text{а) } \int \frac{6x^2 - x + 1}{(x-3) \cdot (x^2 - 1)} dx; \quad \text{б) } \int (3x + 7) \cdot \sin 3x \cdot dx.$$

2. Вычислите определенный интеграл:

$$\int_1^e \frac{\sqrt[5]{(\ln x - 1)^4}}{x} dx.$$

3. Исследуйте на сходимость несобственный интеграл:

$$\int_0^{+\infty} e^{-5x+2} dx.$$

4. Найдите первый и второй дифференциалы функции

$$f(x, y) = e^{-3x^2y + 5xy + 6}$$

в точке  $A(1; 3)$ .

5. Для функции  $z = 2x^3y - \arctg \frac{x}{y}$  найдите в точке  $P_0(1; 1)$  производную в направлении вектора  $\overline{S_1} = (2; 2)$ .

6. Для заданной производственной функции

$$Q(K; L) = 7L^{0,3} \cdot K^{0,2},$$

где  $Q$  – объём выпускаемой продукции,  $K$  – объём фондов (капитала),  $L$  – объём трудовых ресурсов при  $K_0 = 400$ ,  $L_0 = 168$ , найдите предельную фондоотдачу, предельную норму замещения труда капиталом, эластичность выпуска по фондам. Ответы дайте в виде десятичных дробей с тремя знаками после десятичной запятой.

7. Найдите точки локальных экстремумов функции

$$f(x, y) = -2y^2 + x^2 + 16 \ln y - \ln(x^2)$$

и определите их тип.

8. Найдите точки условного экстремума функции

$$f(x,y) = 3x^2 + 6y^2 - 2$$

на множестве решений уравнения

$$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{36} = 1.$$

9. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции

$$f(x, y) = x^2 + y^2 + xy - x + y + 5$$

в области

$$D = \{(x, y) \in R^2 \mid x \geq 0, x - 3 \leq y \leq 0\}.$$

10. Найдите кратный интеграл

$$\iint_D 3x^2(y + 5) \, dx dy$$

по области, ограниченной линиями:

$$y = x, \quad y = 3x, \quad x = 2.$$

11. Решите дифференциальное уравнение

$$1. \text{ а) } y' = 3^{5x-7y}; \quad \text{б) } 4y'' + 4y' + y = -e^x(3x - 2).$$

12. Решите задачу Коши для дифференциального уравнения первого и второго порядка:

$$\text{а) } y' = (y + 2) \cdot (2x - 3), \quad y(0) = -4;$$

$$\text{б) } y'' - 2y' + y = 0; \quad y(0) = 2, \quad y'(0) = -1.$$

Критерии балльной оценки различных форм текущего контроля успеваемости содержатся в соответствующих методических рекомендациях кафедры «Математика и информатика».

## **7. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине.**

Перечень компетенций с указанием индикаторов их достижения в процессе освоения образовательной программы содержится в разделе 2. «Перечень планируемых результатов освоения образовательной программы (перечень компетенций) с указанием индикаторов их достижения и планируемых результатов обучения по дисциплине».

### **Примерные вопросы для подготовки к экзамену (1 семестр)**

1. Комплексные числа: алгебраическая и тригонометрическая формы задания. Операции над комплексными числами.
2. Алгоритмы вычисления степени и корня комплексного числа.
3. Матрицы и их виды. Операции над матрицами: транспонирование матрицы, умножение матрицы на число, сложение и вычитание матриц, умножение матриц, возведение матрицы в степень.
4. Определители матриц и их свойства. Формулы вычисления определителя 2-го и 3-го порядков.
5. Миноры и алгебраические дополнения. Разложение определителя по элементам строки или столбца матрицы.
6. Элементарные преобразования строк (или столбцов) матрицы. Приведение матрицы к ступенчатому виду и виду Гаусса с помощью элементарных преобразований.
7. Нахождение определителя квадратной матрицы методом элементарных преобразований.

8. Ранг матрицы, ранг системы векторов. Нахождения ранга методом элементарных преобразований.
9. Обратная матрица. Критерий существования и методы ее нахождения.
10. Системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ), их классификация. Теорема Кронекера – Капелли. Критерий совместности СЛАУ.
11. Решение СЛАУ (метод обратной матрицы, правило Крамера, метод Гаусса).
12. Собственные векторы и собственные значения матрицы. Метод их нахождения.
13. Определение базиса системы векторов. Нахождение координат разложения вектора по базису.
14. Квадратичная форма и ее матрица. Алгоритм приведения квадратичной формы к нормальному виду методом Лагранжа.
15. Критерий знакоопределенности квадратичной формы.
16. Кривые второго порядка, их классификация и свойства. Приведение уравнения кривой второго порядка к каноническому виду.
17. Определение предела последовательности. Правила вычисления пределов сходящихся последовательностей.
18. Определения бесконечно малой и бесконечно большой последовательности.
19. Определение предела функции в точке.
20. Определения бесконечно малой и бесконечно большой функции в точке.
21. Первый замечательный предел.
22. Второй замечательный предел.
23. Определения односторонних пределов функции в точке.
24. Определение асимптот графика функции. Виды асимптот.
25. Определение точки разрыва функции. Классификация точек разрыва.
26. Определение производной функции в точке. Теорема о производной сложной функции.

27. Определение дифференциала функции.
28. Геометрический смысл производной и дифференциала.
29. Правило Лопиталя - Бернулли.
30. Производные и дифференциалы высших порядков.
31. Признак монотонности дифференцируемой функции.
32. Определение локального экстремума функции одной переменной.  
Необходимое, достаточные условия монотонности и локального экстремума.
33. Определения выпуклости, вогнутости и точки перегиба графика функции.  
Необходимое, достаточные условия выпуклости и точки перегиба.
34. Общая схема исследования функции одной переменной и построения графика.

### Пример экзаменационного билета (1 семестр)

Федеральное государственное образовательное бюджетное  
учреждение высшего образования  
«Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации»  
(Финансовый университет)

Кафедра: **Математика и информатика**

Дисциплина: **Алгебра и анализ**

Филиал: **Владикавказский**; Форма обучения: **Очная**

Семестр: **1** Направление: **09.03.04 Программная инженерия**

Профиль: **Технологии разработки программного обеспечения**

### Экзаменационный билет № \_\_\_\_

*Каждое задание оценивается в 10 баллов.*

1. Воспользовавшись формулой Муавра, вычислите комплексное число:

$$\left( \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} i \right)^{10}.$$

5. Решите матричное уравнение  $A \cdot X = B$ , где

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

3. Методом Гаусса найдите общее и базисное решение системы уравнений:

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - 4x_3 - 4x_4 + 3x_5 = 2, \\ -4x_1 - 3x_2 + 13x_3 + 3x_4 + 3x_5 = -3. \end{cases}$$

4. Определите типы точек разрыва функции

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2}{x-5}, & x \in (-\infty; 4), \\ -x^2 + 2x + 6, & x \in (4; 5), \\ \frac{9}{x-6}, & x \in [5; +\infty) \end{cases}.$$

5. Найдите промежутки выпуклости, вогнутости и точки перегиба графика функции

$$y = \ln(x^2 - 2x + 2).$$

6. В математической модели рынка некоторого товара с функцией спроса

$$D(p) = 1 + 2p - 15p^2,$$

где  $p$  – цена товара в рублях, выясните, при каких ценах спрос будет эластичным.

Подготовил: \_\_\_\_\_

На основе перечня теоретических вопросов и практико-ориентированных заданий, утвержденного на заседании кафедры «Математика и информатика» протокол № \_\_\_\_ от \_\_\_\_\_.2026 г.

Утверждаю:

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

Дата \_\_\_\_\_.2026г.

### Примерные вопросы для подготовки к экзамену (2 семестр)

1. Определение первообразной заданной функции на числовом промежутке.
2. Определение неопределенного интеграла и его свойства.
3. Формула замены переменной в неопределенном интеграле.
4. Формула интегрирования по частям для неопределенного интеграла.
5. Определение определенного интеграла. Достаточное условие интегрируемости.



6. Геометрический смысл определенного интеграла. Свойства определенного интеграла.
7. Формула Ньютона – Лейбница.
8. Формула замены переменной в определенном интеграле.
9. Формула интегрирования по частям для определенного интеграла.
10. Понятие несобственного интеграла с бесконечными пределами интегрирования.
11. Определение несобственного интеграла от разрывной функции
12. Экономические приложения производных и интегралов.
13. Функция нескольких переменных. Примеры. Поверхности и линии уровня.
14. Предел, непрерывность функции нескольких переменных в точке.
15. Частные производные функции нескольких переменных.
16. Дифференциал функции нескольких переменных.
17. Достаточное условие дифференцируемости функции нескольких переменных.
18. Производная сложной функции нескольких переменных. Правила дифференцирования.
19. Производная по направлению функции нескольких переменных.
20. Градиент. Свойства градиента.
21. Частные производные высших порядков. Теорема о равенстве смешанных производных.
22. Локальные экстремумы функций нескольких переменных. Необходимое, достаточные условия локального экстремума функций нескольких переменных.
23. Условный экстремум. Методы нахождения локальных экстремумов: метод множителей Лагранжа; метод подстановки.
24. Наибольшее и наименьшее значения непрерывной функции на замкнутом ограниченном множестве.

25. Двойные интегралы и их свойства. Сведение двойного интеграла к повторному интегралу.
26. Определение дифференциального уравнения, его порядка, степени.  
Определение общего и частного решения / общего и частного интеграла.
27. Понятие задачи Коши. Геометрическая интерпретация. Примеры.
28. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши.
29. Примеры практических задач, приводящих к дифференциальным уравнениям.
30. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными.
31. Однородные дифференциальные уравнения первого порядка.
32. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка.
33. Дифференциальные уравнения Бернулли.
34. Дифференциальные уравнения второго порядка, допускающие понижение порядка. Методы их решения.
35. Линейные однородные дифференциальные уравнения порядка  $n$ . Определение фундаментальной системы решений.
36. Теоремы об общем решении ЛОДУ и ЛНДУ  $n$ -го порядка.
37. Построение частного решения ЛНДУ (метод вариации произвольных постоянных).
38. Линейные однородные дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами. Характеристический многочлен.
39. Метод Эйлера построения фундаментальной системы решений.
40. Алгоритм построения общего решения ЛОДУ  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами.
41. Построение частного решения ЛНДУ с постоянными коэффициентами (метод неопределенных коэффициентов).
42. Понятие о краевой задаче. Примеры начальных и краевых задач.

## Пример экзаменационного билета (2 семестр)

Федеральное государственное образовательное бюджетное  
учреждение высшего образования  
«Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации»  
(Финансовый университет)

Кафедра: Математика и информатика

Дисциплина: Алгебра и анализ

Филиал: Владикавказский; Форма обучения: Очная

Семестр: 2 Направление: 09.03.04 Программная инженерия

Профиль: Технологии разработки программного обеспечения

### Экзаменационный билет № \_\_\_\_

*Каждое задание оценивается в 10 баллов.*

1. Вычислите неопределенный интеграл:

$$\int \frac{\sqrt{1+x^2} dx}{x^2}.$$

2. Исследуйте на сходимость несобственный интеграл:

$$\int_0^{+\infty} x e^{-3x+5} dx.$$

3. Для заданной производственной функции

$$Q(K;L) = \frac{7L^{0,3} \cdot 4^K}{1+2 \cdot 4^K},$$

где  $Q$  – объём выпускаемой продукции,  $K$  – объём фондов (капитала),  $L$  – объём трудовых ресурсов при  $K_0 = 840$ ,  $L_0 = 129$ , найдите предельную фондоотдачу, предельную норму замещения труда капиталом, эластичность выпуска по фондам. Ответы дайте в виде десятичных дробей с тремя знаками после десятичной запятой.

4. Найдите точки локальных экстремумов функции

$$f(x, y) = -2y^2 + x^2 + 16 \ln y - \ln(x^2)$$

и определите их тип.

5. Найдите кратный интеграл

$$\iint_D 2x^2(xy - 3) dx dy$$

по области, ограниченной линиями:  $y = x$ ,  $y = 3x$ ,  $x = 2$ .

6. Найдите общее решение однородного дифференциального уравнения первого порядка:

$$xy' = \sqrt{x^2 + y^2} + y.$$

Подготовил: \_\_\_\_\_

На основе перечня теоретических вопросов и практико-ориентированных заданий, утвержденного на заседании кафедры «Математика и информатика» протокол № \_\_\_\_ от \_\_\_\_\_.2026 г.

Утверждаю:

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

Дата \_\_\_\_\_.2026г.

### Примеры оценочных средств для проверки индикаторов достижения компетенций, формируемых дисциплиной

Наименование компетенции	Наименование индикаторов достижения компетенции	Результаты обучения (умения и знания), соотнесенные с индикаторами достижения компетенции	Типовые контрольные задания
Способен применять естественнонаучные и общетеоретические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности. (ОПК-1)	1. Демонстрирует знания основных методов математического анализа и моделирования, применяет их на практике для решения задач профессиональной деятельности.	<b>Знать:</b> современные основные методы математического анализа и моделирования, применяет их на практике для решения задач профессиональной деятельности. <b>Уметь:</b> четко описывать состав, структуру данных и информации, используемых в решаемой задаче,	Опишите и сравните современные методы математического анализа и моделирования, используемые для решения задач профессиональной деятельности.  Опишите состав и структуру данных и информации предложенной задачи из области программной

		грамотно применять основной математический аппарат, используемый в области программной инженерии.	инженерии, обоснуйте выбор математического метода анализа и решения задачи.
	2. Проводит теоретические исследования по выбранной области профессиональной деятельности.	<p><b>Знать:</b> основные результаты, проблемы и преимущества, особенности различных математических методов, используемых в теоретических исследованиях для решения задач профессиональной деятельности.</p> <p><b>Уметь:</b> обосновывать сущность решаемой задачи, выявлять ее закономерности, сравнивать различные алгоритмы, осуществлять выбор оптимальных, наиболее эффективных математических методов для проведения теоретических исследований по выбранной области профессиональной деятельности, анализа и решения поставленной задачи.</p>	<p>Опишите основные результаты, проблемы и преимущества, а также особенности различных математических методов, применяемых в теоретических исследованиях задач профессиональной деятельности.</p> <p>Осуществите поиск закономерностей решаемой задачи, сравните различные алгоритмы, выберите наиболее эффективный математический метод для предложенной задачи профессиональной деятельности.</p>

	3. Проводит численные эксперименты на основе математических или информационных методов, делает выводы и обосновывает их.	<b>Знать:</b> основы проведение численных экспериментов, базирующихся на применении различных математических или информационных методов для анализа и решения задач профессиональной деятельности. <b>Уметь:</b> подобрать для исследуемой задачи оптимальные математические и информационные методы, проводить сравнительный анализ полученных результатов, делать выводы, обосновывать их.	Опишите основные этапы организации и проведения численного эксперимента на основе математических методов, используемых для решения задач профессиональной деятельности.  Осуществите выбор соответствующих решаемой задаче оптимальные математических и информационных методов, проводите сравнительный анализ полученных результатов, обоснуйте их.
--	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

## 8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

### Основная литература:

1. Глухов, М. М. Алгебра: учебник для вузов / М. М. Глухов, В. П. Елизаров, А. А. Нечаев. — 6-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2025. — 608 с. — ISBN 978-5-507-51124-2. — URL: <https://e.lanbook.com/book/505362> — Режим доступа: Электронно-библиотечная система Лань. — Текст: электронный.
2. Кремер, Н. Ш. Линейная алгебра: учебник и практикум для вузов / Н. Ш. Кремер, М. Н. Фридман, И. М. Тришин; под редакцией Н. Ш. Кремера. — 3-е изд., испр. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2026. — 422 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-08547-1. — URL: <https://urait.ru/bcode/582873> — Режим доступа: Электронно-библиотечная система Юрайт. — Текст: электронный.

3. Кремер, Н. Ш. Математика для экономистов: от арифметики до эконометрики. Учебно-справочное пособие: учебник для вузов / Н. Ш. Кремер, Б. А. Путко, И. М. Тришин; под общей редакцией Н. Ш. Кремера. — 5-е изд., испр. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2026. — 760 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-14218-1. — URL: <https://urait.ru/bcode/582505> — Режим доступа: Электронно-библиотечная система Юрайт. — Текст: электронный.

#### **Дополнительная литература:**

4. Демидович, Б. П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу: учебное пособие для вузов / Б. П. Демидович. — 27-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2025. — 624 с. — ISBN 978-5-507-50885-3. — URL: <https://e.lanbook.com/book/484382> — Режим доступа: Электронно-библиотечная система Лань. — Текст: электронный.

5. Плохотников, К. Э. Базовые разделы математики для бакалавров в среде MATLAB: учебное пособие / Плохотников К.Э., - 2-е изд. - Москва: НИЦ ИНФРА-М, 2018. - 1114 с. - ISBN 978-5-16-106605-8 - URL: <https://znanium.com/catalog/product/966050> — Режим доступа: Электронно-библиотечная система Znanium.com — Текст: электронный.

6. Сборник задач по курсу «Математика в экономике». В 3-х ч. Ч. 1. Линейная алгебра, аналитическая геометрия и линейное программирование: учебное пособие / С. В. Пчелинцев, В. А. Бабайцев, А. С. Солодовников [и др.]; под ред. В. А. Бабайцева и В. Б. Гисина. - Москва: Финансы и статистика, 2013. - 256 с. - ISBN 978-5-279-03441-3. - URL: <https://znanium.ru/catalog/product/1484193> — Режим доступа: Электронно-библиотечная система Znanium.com — Текст: электронный.

7. Сборник задач по курсу «Математика в экономике». В 3-х ч. Ч. 2.

Математический анализ: учебное пособие / Е. Н. Орел, А. А. Рылов, В. А. Бабайцев [и др.]; под ред. В. А. Бабайцева и В. Б. Гисина. — Москва: Финансы и статистика, 2013. — 368 с. - ISBN 978-5-279-03445-1. - URL: <https://znanium.ru/catalog/product/1484195> – Режим доступа: Электронно-библиотечная система Znanium.com – Текст: электронный.

## **9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины**

1. Электронная библиотека Финансового университета (ЭБ) <http://elib.fa.ru/>
2. Электронно-библиотечная система BOOK.RU <http://www.book.ru>
3. Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека ОНЛАЙН» <http://biblioclub.ru/>
4. Электронно-библиотечная система Znanium <http://www.znanium.com>
5. Электронно-библиотечная система издательства «ЮРАЙТ» <https://urait.ru/>
6. Электронно-библиотечная система издательства «Лань» <https://e.lanbook.com/>
7. Реферативная база данных по математике MathSciNET <https://mathscinet.ams.org/mathscinet/>
8. <http://repository.vzfei.ru> – Компьютерная обучающая программа для студентов 1 курса по дисциплине «Математика» (КОПР1-М), зарегистрирована в Информационно-библиотечном фонде РФ, рег. № 50200000053 от 08.06.2000.
9. <http://repository.vzfei.ru> – Математический анализ и линейная алгебра. Методические указания по компьютерному тестированию – М.: Вузовский учебник, 2007 (электронная версия в разделе «Учебные ресурсы» на портале Финуниверситета).
10. <http://repository.vzfei.ru> – Математический анализ. Обзорная лекция для студентов I курса всех направлений.



## 10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Методика освоения дисциплины предусматривает подготовку обучающихся к лекциям, семинарам и практическим занятиям, выполнение студентами самостоятельной внеаудиторной работы, в том числе – контрольной работы.

*Рекомендации по подготовке к лекционным занятиям.*

Для наиболее полного освоения дисциплины студентам необходимо:

- перед каждой лекцией просматривать рабочую программу дисциплины, ее основные вопросы и рекомендуемую литературу. Это позволит сэкономить время на записывание основных вопросов темы;
- перед очередной лекцией просматривать материалы предыдущих, чтобы освоение материала не оставляло пробелов.

*Рекомендации по подготовке к семинарам, практическим занятиям.*

Студентам следует:

- проработать теоретический материал к занятию по рекомендованным литературным источникам и лекциям;
- использовать при подготовке к занятию нормативно-правовые документы, научные публикации, информационный материал, рекомендуемый преподавателем;
- перед занятиями задать вопросы по невыясненным в ходе самостоятельной подготовки темам или отдельным положениям темы;
- в ходе занятия давать четкие и исчерпывающие ответы на вопросы;
- на занятии демонстрировать понимание обсуждаемых тем и вопросов.

Студентам, пропустившим занятия по различным причинам, необходимо

перед очередным занятием отработать пропущенный материал, подготовив его самостоятельно.

### *Методические рекомендации по выполнению различных форм самостоятельной работы*

Студентам при организации самостоятельной работы следует руководствоваться Приказом Финансового университета № 1040/о от 11.05.2021г. «Об утверждении методических рекомендаций по планированию и организации внеаудиторной самостоятельной работы студентов по образовательным программам бакалавриата и магистратуры в Финансовом университете».

Самостоятельная работа содержит в себе различные виды и формы работ. Самостоятельная работа студентов включает в себя выполнение различного рода заданий, которые ориентированы на более глубокое усвоение материала изучаемой дисциплины. По теме учебной дисциплины студентам предлагается перечень заданий для самостоятельной работы.

В ходе изучения дисциплины предусмотрены следующие формы самостоятельной работы:

- подготовка к опросу;
- выполнение заданий самостоятельной работы,
- решение практико-ориентированных задач;
- выполнение контрольных работ;
- подготовка к экзаменам.

К выполнению заданий для самостоятельной работы предъявляются следующие требования: задания должны выполняться самостоятельно и представляться в установленный срок, а также должны соответствовать установленным требованиям по оформлению.

Студентам следует:

- руководствоваться графиком самостоятельной работы, определенным РПД;
- выполнять все плановые задания, выдаваемые преподавателем

для самостоятельного выполнения, разбирать на занятиях и консультациях неясные вопросы;

- прорабатывать соответствующие теоретические и практические разделы дисциплины, фиксируя неясные фрагменты для их обсуждения на консультации.

### **Методические рекомендации для обучающихся по выполнению контрольной работы**

Контрольная работа является обязательной формой внеаудиторной самостоятельной работы студентов по дисциплине и может реализовываться как в письменном виде, так и с использованием информационных технологий и специализированных программных продуктов.

Цель выполнения контрольной работы, содержащей комплект заданий – овладение студентами навыками решения типовых расчетных задач, формирование учебно-исследовательских навыков, закрепление умений самостоятельно работать с различными источниками информации; проверка сформированности компетенций.

Целью выполнения контрольной работы является углубление и закрепление теоретических знаний и практических навыков студентов по дисциплине.

Контрольная работа по дисциплине выполняется по вариантам.

Содержание заданий контрольных работ охватывают основной материал соответствующих разделов (тем) дисциплин. Контрольные задания разрабатываются по многовариантной: системе. Варианты контрольных работ равноценны по объему и сложности.

Контрольная работа выполняется студентом под руководством преподавателя кафедры «Математика и информатика», ведущим семинарские (практические) занятия.

Контрольная работа состоит из нескольких частей. Состав контрольной работы и очередность размещения отдельных частей:

- титульный лист;
- основная часть;
- список использованных источников;
- приложения (при наличии).

Титульный лист является первой страницей и заполняется по определенным правилам.

Основная часть выполняется согласно заданиям (вопросам) контрольных работ.

В список использованных источников включаются названия законодательных актов, нормативных документов, книг, статей, учебных пособий и т. п., которые, так или иначе, использовались студентом при выполнении работы.

В Приложения выносятся вспомогательные материалы, которые не содержат основную информацию, либо материалы, которые сложно разместить по тексту работы (большие схемы, таблицы, графические материалы, расчетные справочные данные, образцы первичных документов и т.п.). Непременным условием включения данных материалов в приложение является ссылка на них в тексте работы.

Требования к выполнению контрольной работы:

- четкость и последовательность изложения материала (решения) в соответствии с составленным планом;
- наличие обобщений и выводов, сделанных на основе изучения информационных источников по данной теме;
- предоставление в полном объеме решений имеющихся в задании практических задач;
- использование современных способов поиска, обработки и анализа информации;
- самостоятельность выполнения.

Требования к оформлению контрольной работы.

Контрольная работа выполняется на компьютере (гарнитура Times New Roman, шрифт 13 или 14) через 1-1,5 интервала с полями: верхнее, нижнее - 2; правое - 3; левое - 1,5. Отступ первой строки абзаца - 1,25. Нумерация страниц – внизу в центре.

Иллюстративный материал (схемы, диаграммы, рисунки, таблицы и др.) встраивается в текст работы или выносится в Приложения.

При написании допускаются только общепринятые сокращения (например, тыс. руб.).

В тексте обязательны ссылки на литературные источники, лучше всего постраничные.

Объем контрольной работы составляет не более 6 страниц, не включая таблиц, графиков и т.п. (при наличии).

Законченная контрольная работа, содержащая все требуемые элементы оформления, вставленная в папку (или файл) и скрепленная по левому краю, сдается на кафедру или непосредственно руководителю контрольной работы – преподавателю; ведущему семинарские (практические) занятия по дисциплине. Он осуществляет проверку контрольной работы, а также оказывает помощь при подготовке к ее защите.

Контрольная работа защищается в назначенные сроки. Защита работы проводится до начала сессии (в крайнем случае, до начала экзамена по соответствующему предмету). При защите студент кратко излагает основные положения работы, последовательность ее выполнения, свои предложения.

При защите работы студент должен свободно ориентироваться в изложенном материале работы; ответить на все замечания преподавателя; уметь отвечать на вопросы преподавателя по выполненной работе.

Оценка контрольных работ студентов проводится в процессе текущего контроля успеваемости студентов.

### **Критерии оценки контрольной работы**

Оценка «отлично» (5-6 баллов) выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания вопросов контрольной

работы /и/или умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач.

Оценка «хорошо» (3-4 балла) выставляется студенту, если он твердо знает материал контрольной работы, грамотно и по существу излагает его /и/или умеет применять полученные знания на практике при решении конкретных задач, но допускает некоторые неточности.

Оценка «удовлетворительно» (2 балла) выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, обнаружившему нарушения логической последовательности в изложении материала, но при этом владеющему основными вопросами, выносимыми на контрольную работу и необходимыми для дальнейшего обучения /и/или умеющему применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации.

Оценки «неудовлетворительно» (0 баллов) заслуживает студент, который не знает большей части основного содержания выносимых на контрольную работу вопросов, тем дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных понятий /и/или не умеет использовать полученные знания при решении типовых практических задач.

При оценивании контрольной работы на «неудовлетворительно» она должна быть переделана (исправлена) в соответствии с полученными замечаниями, сдана на проверку заново и защищена не позднее срока окончания ее приёма и защиты.

Оценка результатов текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся осуществляется в соответствии с Балльно-рейтинговой системой Финансового университета (Приказ Финансового университета № 2187/о от 01.10.2024 г. «Об утверждении Положения о проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации студентов, обучающихся по образовательным программам высшего образования в Финансовом университете»).

**11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем**

**11.1. Комплект лицензионного программного обеспечения**

1) Антивирусная защита Kaspersky Security для виртуальных и облачных сред;

2) Windows, Microsoft Office или Astra Linux, Libre Office.

**11.2. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы**

1. Информационно-правовая система «Гарант»

2. Информационно-правовая система «Консультант Плюс»

<http://www.consultant.ru>

3. Электронная энциклопедия: <http://ru.wikipedia.org/wiki/Wiki>

4. Система комплексного раскрытия информации «СКРИН» -

<http://www.skrin.ru/>

5. Федеральная служба государственной статистики: <http://www.gks.ru>

6. Информационная система СПАРК.

7. Информационная система Bloomberg.

8. Информационная система Thomson Reuters.

9. Электронная библиотека Финансового университета <http://elib.fa.ru/>

10. Сайт Департамента анализа данных и машинного обучения

Финансового университета.

**11.3. Сертифицированные программные и аппаратные средства защиты информации**

Не используются

**12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

Учебная аудитория для проведения учебных занятий, предусмотренных программой бакалавриата, оснащенная оборудованием и техническими средствами обучения

Аудитория № 38

Специализированная мебель:

Стол (учительский) – 1 шт.

Стол (студенческий) двухместный – 13 шт.

Стулья – 28 шт.

Доска меловая – 1 шт.

Технические средства обучения:

Компьютер в сборе – 1 шт.

Мультимедиа-проектор – 1 шт.

Экран настенный – 1 шт.

Подключение к сети «Интернет» и обеспечение доступа в электронную информационно-образовательную среду Финансового университета

Помещение для самостоятельной работы обучающихся

Кабинет № 55. Читальный зал

Специализированная мебель:

Стол – 20 шт.

Стул – 40 шт.

Шкаф для книг – 4 шт.

Стеллаж книжный – 13 шт.

Стеллаж выставочный – 4 шт.

Технические средства обучения:

Компьютер в сборе – 6 шт.

Телевизор – 1 шт.



Помещение для самостоятельной работы обучающихся оснащено компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду Финансового университета